

Análise comparativa do comportamento da fecundidade na América Latina, mediante uso do Modelo Linear Misto

Una contribución al pre-evento del Congreso de ALAP: *Demografía subnacional de América Latina y el Caribe: Proyecto s-ALyC.*

Lourdes Milagros Mendoza Villavicencio, Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Felipe Ferreira Monteiro, Universidade Federal do Rio Grande do Norte

1. INTRODUÇÃO

O comportamento de queda da fecundidade é presente entre os diferentes países no mundo, ocorrendo o mesmo na América Latina, mas essa diminuição das taxas iniciou em diferentes contextos e períodos dentro da região. Contudo uma condição é comum a todos os países latino americanos, a de que desde a segunda metade do século passado, ocorre uma queda constante dos níveis de fecundidade, e essa diminuição nas taxas se tornou mais evidente no início do século XXI, havendo países já no nível de reposição e outros ficando abaixo da proporção de 2,1 filhos por mulher (CELADE, 2005).

As causas específicas para essa redução ainda é debate pertinente, sendo o foco do presente trabalho buscar identificar a existência de uma convergência na queda dos valores das taxas, averiguando como essa redução ocorreu tanto internamente ao país, comparando suas regiões administrativas, e se a mesma condição pode ser observada entre países, devido a heterogeneidade por suas características sociais, econômicas, políticas e também demográficas.

2. FECUNDIDADE NA AMERICA LATINA

Segundo Chackiel e Schkolnik (2003), avaliando os países da América Latina e Caribe, no período 1995-2000, propuseram uma classificação ao processo de transição da fecundidade dos diferentes países, classificado em cinco etapas, baseando-se nos diferentes níveis das taxas, sendo elas: transição incipiente, moderada, plena ou em progresso, avançada e muito avançada.

Seguindo a esta classificação, países como Argentina e Brasil, compõem o grupo de países classificados como transição da fecundidade avançada, com taxas já abaixo da reposição. Entretanto, Armas (2008), atualizando o estudo reforça que se a mesma classificação tivesse sido feita com dados mais recentes, o Brasil estaria num estágio de transição muito avançada, diante aos resultados encontrados no último Censo demográfico no ano 2010. A rápida queda da fecundidade coloca o país mais populoso da América Latina, como o que apresenta o segundo menor número médio de filhos por mulher, com taxa inferior a países como Argentina, Uruguai e Chile, só tendo à frente Cuba, cuja TFT é de 1,5 filhos por mulher.

Wilson (2013) argumenta que boa parte dos países em todo o mundo, em breve, entraram numa fase de desenvolvimento demográfico, que pode validamente ser chamada de "pós-transição", mesmo que as tantas versões da teoria da transição demográfica não têm muito a dizer sobre o que virá a acontecer nesse período futuro. No caso da tendência da fecundidade, muitos pesquisadores e instituições assumem que a mesma tenderá ao nível de reposição.

A Organização das Nações Unidas (ONU), por exemplo, usou esta hipótese de convergência das taxas dos países, em suas projeções por um longo tempo, antecipando um mundo homogêneo no qual variedade demográfica quase desapareceria. No entanto, a hipótese de convergência a longo prazo, para uma taxa de fecundidade em nível de substituição, tem pouca ou nenhuma base em qualquer evidência empírica. (Wilson, 2013).

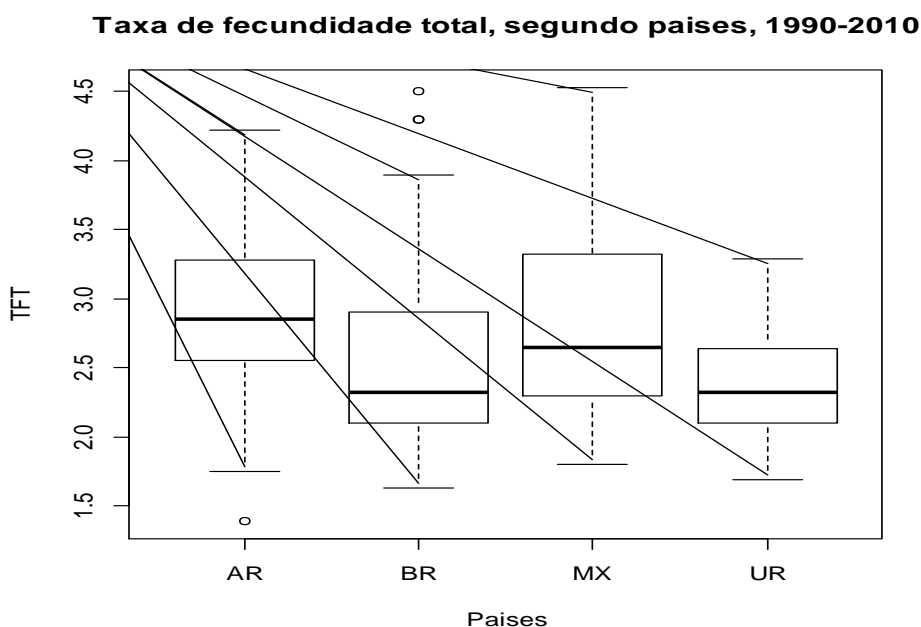
Observando as tendências de fecundidade para os períodos pós-guerra, Dorius (2008) utiliza várias medidas avaliando a natureza mutável da desigualdade entre países e mostra que a única evidência estatística definida para a convergência é encontrado depois de 1990. Apesar da incerteza em relação às causas das alterações da fecundidade, o consenso geral é de que, quaisquer que sejam as causas, a evolução da fecundidade inclui três grandes fases: uma fase de alta fecundidade na pré-transição, a própria transição da fecundidade e um ponto de baixa fecundidade. Onde a última fase inclui a recuperação da fecundidade abaixo do mínimo para substituição, com oscilações em torno da fecundidade em nível de substituição (Alkema *et al.*, 2011). Os

níveis de fecundidade na ultima fase têm a nunca voltar a níveis de pré-transição, porém, os períodos de convergência e divergência poderiam acontecer temporariamente, se as regiões estão em diferentes fases de sua transição ao mesmo tempo.

Diante desse cenário da queda da fecundidade, o presente trabalho busca identificar a existência de convergência nos valores da fecundidade entre países da América Latina, através de uma análise comparativa do comportamento da fecundidade na América Latina, mais precisamente entre quatro países representantes dessa região - Argentina, Uruguai, Brasil e México – avaliando desde o período de 1990 até 2010.

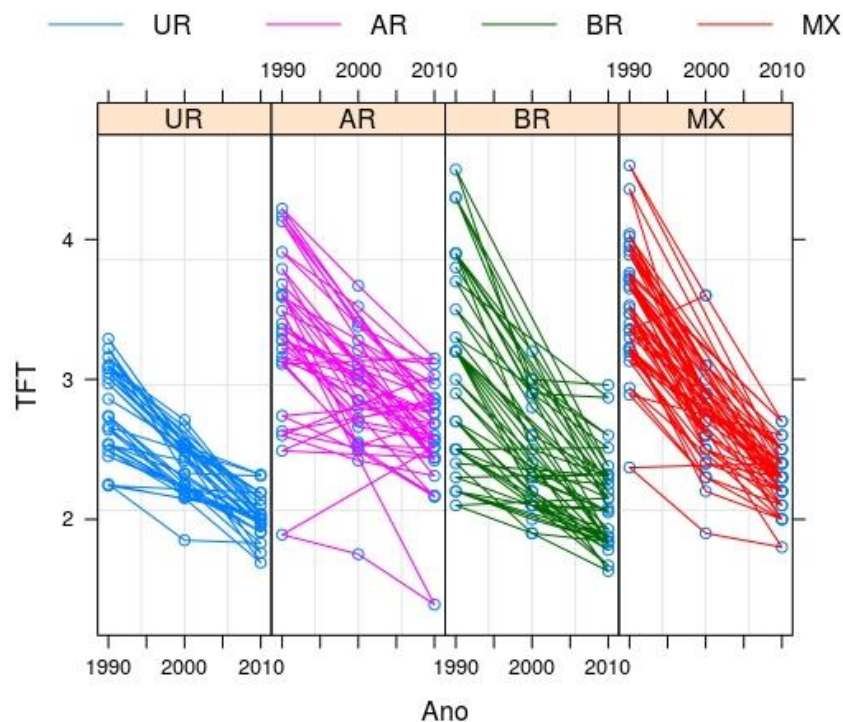
Averiguando ao comportamento das taxas de fecundidade nos últimos 20 anos, os resultados obtidos no gráfico 1, deixam claro que o comportamento é similar nos países, além disso, observa-se que a trajetória dentre os diferentes países é de similaridade nas suas taxas.

Gráfico 1- Boxplot da Taxa de fecundidade total no período de 1990-2010, para os países Argentina (AR), Brasil(BR), México(MX) e Uruguai(UR).



Se observadas as taxas de fecundidade ao longo do tempo, internamente no país, avaliando cada uma das diferentes regiões, essa mesma redução das taxas é observada, apontando para a existência de elementos de convergência (Gráfico 2).

Gráfico 2: Taxa de fecundidade total, segundo decênios, Argentina (AR), Brasil (BR), México (MX) e Uruguai (UR), 1990-2010.



São países com realidades socioeconômicas diferentes, mas que exibem um comportamento demográfico semelhante, de constante redução em suas taxas de fecundidade ao longo do tempo. Buscou-se identificar peculiaridades sócio econômicas para das mulheres nesses países, que as diferenciem fora o contexto da taxa de fecundidade. Para tanto, recorreu-se também às informações complementares que possam ser elementos explicativos da redução, no caso a chefia feminina do lar ou/a população economicamente ativa feminina (PEA), de modo a ampliar a análise demográfica.

Como método foram utilizados modelos lineares mistos, permitindo avaliar as medidas de fecundidade mesmo que essas regiões apresentem problemas na informações coletadas e conseguindo fazer uma avaliação comparativa entre países, obtendo informações mais uniformes, além de avaliar sua relação com outras variáveis estudadas, PEA e chefia do lar.

3. DADOS E MÉTODOS

Para o presente trabalho, foram utilizados dados dos indicadores sub-nacionais da América Latina e Caribe, selecionando quatro países da América Latina entre eles: Argentina, México, Brasil e Uruguai, para os anos 1990, 2000 e 2010. Como variáveis serão utilizadas as informações de Taxa de Fecundidade Total (TFT), Ano da coleta das informações, Taxa de Atividade Economicamente Ativa Feminina (PEA) compreendida entre 15 até 59 anos e a Chefia do Domicílio pela mulher (JEF, entre 15 a 59 anos de idade). Utilizou-se a mensuração sintética útil para conhecer o número médio de filhos tidos por mulher, em todo seu período reprodutivo (Eq.1):

$$\text{Eq.1} \quad \text{TEF} = \frac{{}_n \text{NV}_x}{{}_n \text{Popf}_x}$$

sendo:

${}_n \text{TEF}_x$ - a Taxa Específica de Fecundidade para o grupo etário x ; $x+n$, n o valor da amplitude do intervalo de idade), neste caso 5 (grupo etário quinquenal) e x o valor referente ao limite inferior de cada grupo etário (15, 20, 25, 30, 35, 40, 45).

${}_n \text{NV}_x$ - indica o número de nascidos vivos do ano de referência, provenientes de mulheres entre x e $x+n$ anos;

${}_n \text{Popf}_x$ - indica a população feminina do grupo etário (x ; $x+n$).

Vale salientar que para a obtenção da Taxa de Fecundidade Total, uso-se a TEF multiplicado por 5.

3.1 - Metodologia aplicada

Os modelos que apresentam tanto fatores de efeitos fixos como aleatórios, além do erro experimental, são chamados de modelos mistos. Os modelos mistos são também conhecidos como modelos de efeitos aleatórios ou modelos hierárquicos e podem ser considerados como uma abordagem flexível onde a variabilidade entre os países reflete uma heterogeneidade natural devido a fatores não mensurados (Diggle et al., 1994).

É razoável acreditar que a resposta de cada país em um estudo longitudinal tem vários componentes: um efeito fixo, que é uma função de covariáveis; um efeito aleatório,

que expressa a variação entre os países, e um erro, que é devido à medição ou ao não registro de variáveis (Faraway, 2006).

Efeitos aleatórios são efeitos específicos estimados, para cada país, como provenientes de uma distribuição comum (geralmente uma distribuição normal). Assim ao contrario dos modelos lineares que não incluem um efeito associado ao nível individual, nos modelos de efeitos mistos, inclinações e/ou interceptos podem ter diferentes valores para cada país (Schielzeth e Forstmeier, 2008).

Os modelos de efeitos mistos permitem que os coeficientes da regressão (coeficiente angular e o intercepto) variem entre os países. Esses modelos têm dois componentes : um intra país e outro entre países (variação no intercepto e inclinação). Neste modelo, as medidas para os países não precisam ser igualmente espaçadas e balanceadas e as análises podem ser conduzidas com os dados de Países ou Estados que foram perdidos de seguimento ou que apresentam ausência de informação em algum momento do estudo (FAUSTO et al., 2008). Portanto, na presença de dados faltantes, os modelos de efeitos mistos oferecem mais uma vantagem de utilização frente aos outros tipos de modelos para dados longitudinais (Wu, 2010).

A forma geral para o modelo linear misto proposto por Laird e Ware (1982) e que expressa o vetor resposta y_i de dimensão η_i , para o i -ésimo de M . Para nosso estudo será dada por:

$$y_i = X_i \beta + Z_i b_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, M$$

$$b_i \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$$

$$\epsilon_i \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

onde β é o vetor de dimensão p de efeitos fixos, b_i é um vetor de efeitos aleatórios de dimensão q e que assume-se ser normalmente distribuído com média zero e matriz de variância-covariância Σ , e ϵ_i é um vetor de erros (dentro dos Países) de dimensão η_i que também segue uma distribuição normal.

Os efeitos aleatórios b_i e os erros dentro dos países, assumem-se serem independentes para diferentes países. X_i (de tamanho $n_i \times p$) é a matriz de desenho observada relacionada com os efeitos fixos, $X_i\beta$ é a componente global fixa do modelo. Z_i (de tamanho $n_i \times q$) é matriz de desenho para cada país i ; $Z_i b_i$ representa os efeitos aleatórios para o país i (México, Brasil, Argentina, Uruguai).

Escolha do Modelo

É uma importante selecionar o “melhor” modelo, ou seja, um modelo que é parcimonioso em termos do número de parâmetros utilizados, e que ao mesmo tempo tem o melhor ajuste (WEST et al, 2007). Dessa forma ao selecionar o “melhor” modelo para um determinado conjunto de dados, levamos em conta os objetivos da investigação, o desenho de estudo, o conhecimento prévio sobre importantes preditores e considerações relevantes sobre o assunto em questão (West et al., 2007). Para a seleção do modelo adequado, os critérios mais comuns são o AIC (Critério de Informação de Akaike) e o BIC (Critério de Informação Bayesiano). O AIC e BIC são definidos como:

$$AIC = -2\log Lik + 2n_{par}$$

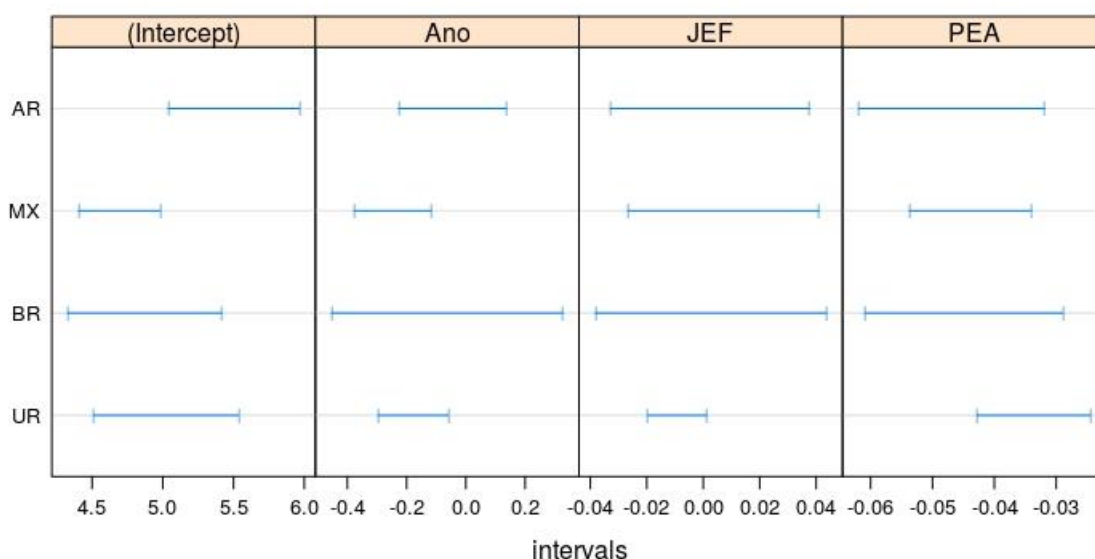
$$BIC = -2\log Lik + n_{par} \log(N)$$

onde Lik representa a verossimilhança, n_{par} o número de parâmetros do modelo e N o número total de observações usadas para ajustar o modelo. Como decisão, adota-se como “melhor” modelo aquele que apresenta o menor valor em qualquer um desses critérios. Ressalta-se que as bibliotecas `nlme` (Pinheiro e Bates, 2000) e `lme4` (Bates et al., 2011) do R fornecem vários métodos para se avaliar a validade destas suposições

3. RESULTADOS

Como primeiro passo, se fez uso de um "LmList" pacote que encontra-se no Software R, onde nós permitira ter uma ideia, de quais fatores podem ser considerados como aleatório e quais como efeitos fixos.

Gráfico 3: Intervalos de confiança, segundo variáveis, Argentina, Brasil, México e Uruguai 1990-2010



No Gráfico 3, observa-se que as variáveis JEF e PEA podem ser consideradas como efeitos fixos, pois os intervalos em sua maioria encontram-se sobrepostos, o que não acontece com a variável Ano e o Intercepto.

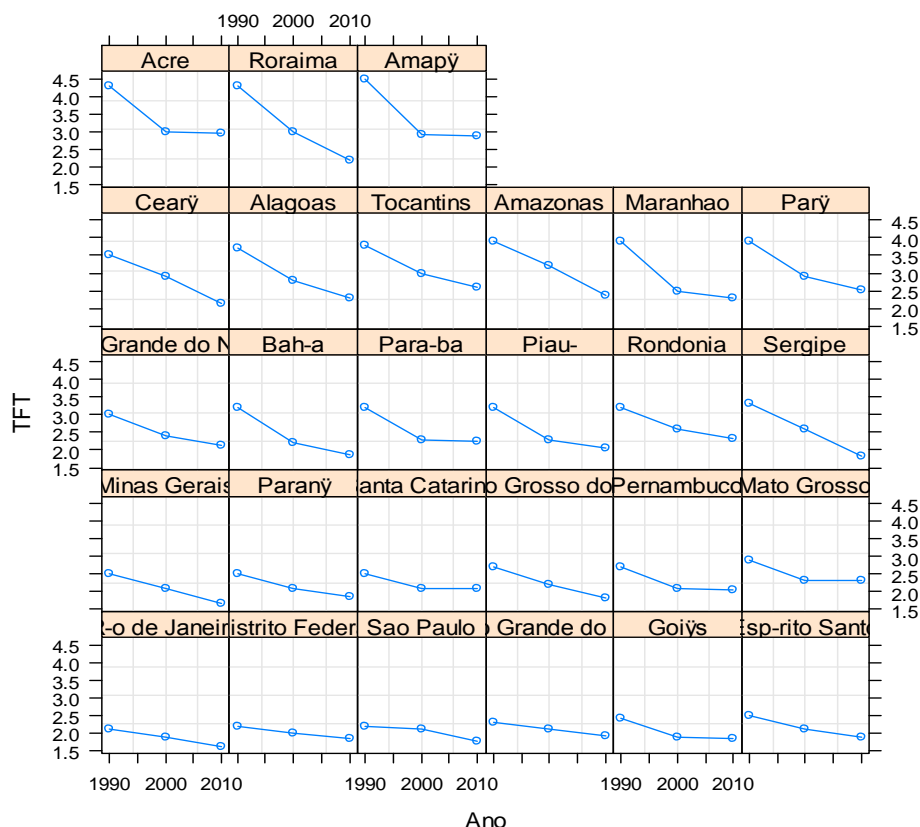
Os modelos de efeitos mistos se apresentam como metodologia apropriada para aplicação em estudos demográficos, uma vez que permitem analisar a variação da fecundidade intra e entre Países, e modelar os valores relacionados a essa grandeza. Uma das vantagens da robustez da aplicação dos modelos de efeitos mistos é que os mesmos não são afetados pelo fato dos dados não serem equilibrados e que observações não tenham sido realizadas nos mesmos momentos no tempo nas diferentes regiões estudadas (Villavicencio, 2015).

Através do modelo linear misto foi possível evidenciar que a chefia feminina (JEF) estão relacionados aos níveis de fecundidade nos países em estudo. Para o Brasil, a queda da

taxa de fecundidade ocorreu de maneira diferenciada, com regiões como Acre, Amapá e Roraima, que sofreram uma forte queda em seus níveis, saindo de valores acima de 4 filhos por mulher, em 1990, e se reduziram para até 2,5, como caso do estado Roraima. (Gráfico4).

Todo o restante do país, um total de 24 Estados, em 1990 já apresentavam um nível de fecundidade igual a 3 ou menor, como São Paulo que já apresentava um valor de 2 filhos por mulher, com o passar dos anos essa situação foi mais agravada, chegando a valores abaixo dos níveis de reposição. Diferentes autores já debatem esse processo de queda e o observam desde a década de 1960, período considerado o início da redução da fecundidade no Brasil (NETO, 2000);(WONG, 2000).

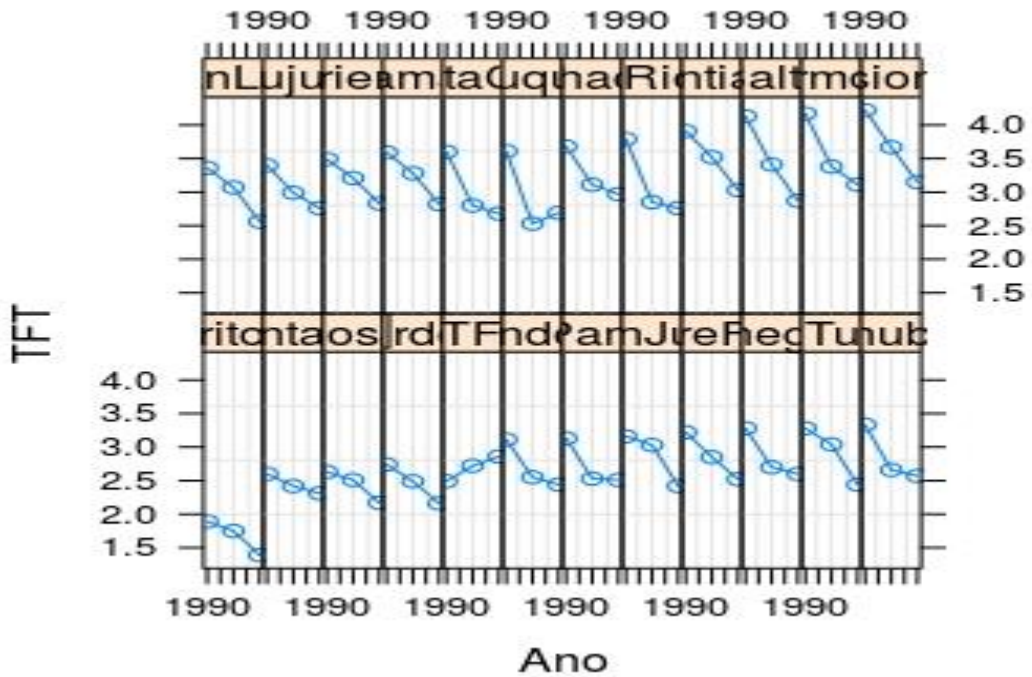
Gráfico 4- Perfil da evolução da Taxa de Fecundidade Total, segundo Estados , Brasil, 1990-2010.



Para a Argentina, as observações deixam clara que a queda na taxa de fecundidade total, desde a década de 1990 foi intensa e assim como no Brasil ocorreu com diferenciais em seus níveis entre seus estados, mas os resultados apontam para uma

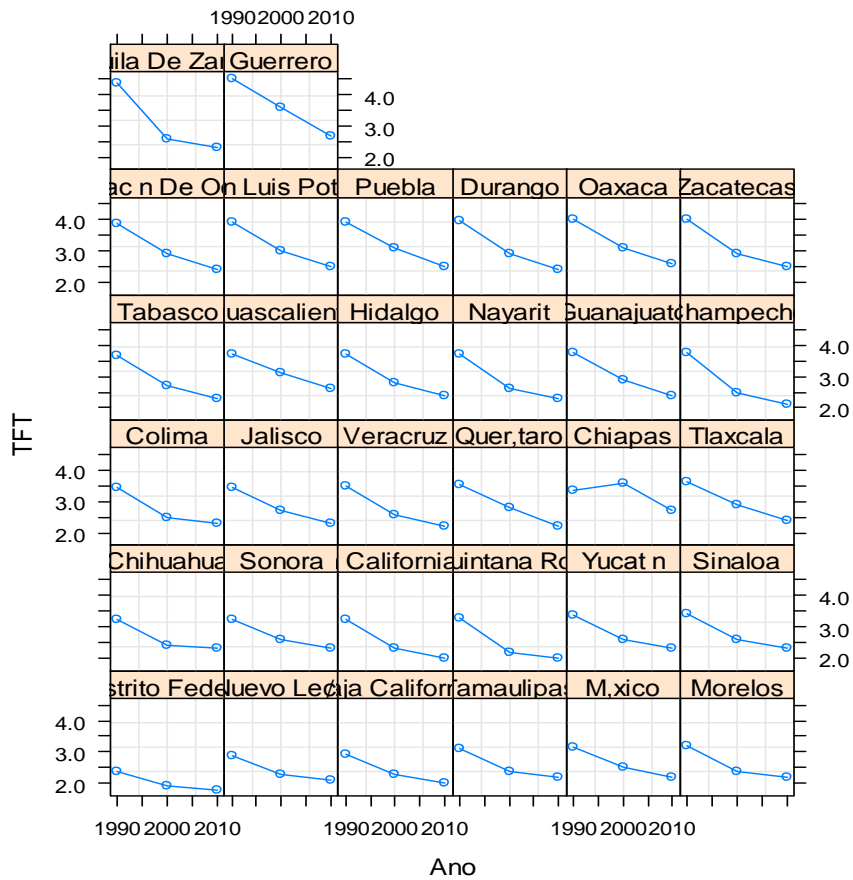
convergência dos valores finais de fecundidade muito mais intensa, mas com valores aproximadamente de 2 filhos por mulher nos diferentes estados.

Gráfico 5 - Perfil da evolução da Taxa de Fecundidade Total, segundo Estados, Argentina, 1990-2010.



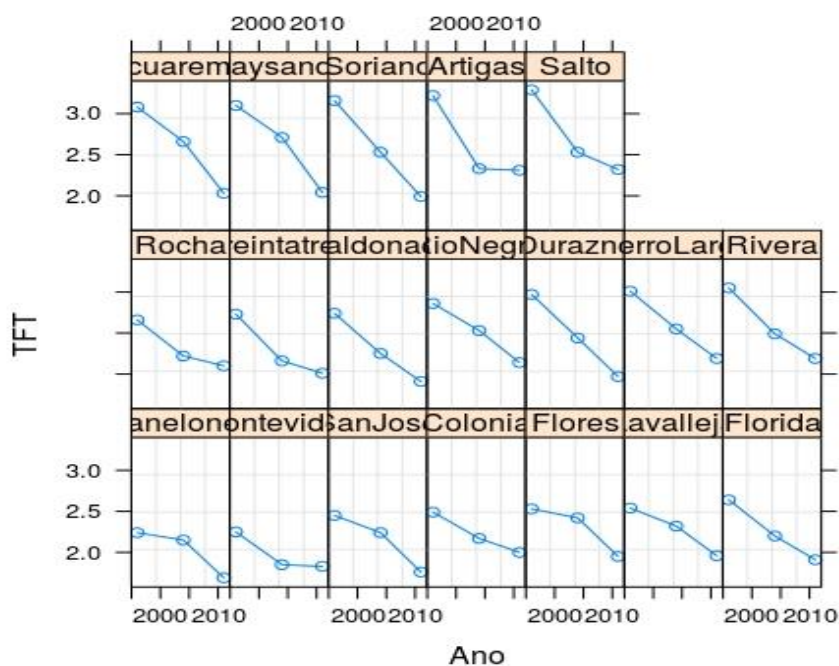
As taxas observadas no México apresentam comportamento semelhante aos encontrados no Brasil, estavam disponíveis informações desde 1990 até 2010. O país passou por uma diminuição das taxas de fecundidade total, com uma visível convergência dos valores observados

Gráfico 6 - Perfil da evolução da Taxa de Fecundidade Total, segundo estados do México, 1990-2010.



Para o México as diferentes estados sofreram uma redução das taxas ao longo do tempo de forma bem semelhante, com exceção dos estados mais próximas a capital, cidade do México, que regiões mais rurais. Saindo do observado nos outros países estudados o Uruguai, têm observado a mesma convergência de baixos valores para taxas de fecundidade (Gráfico 7) e que a chegada nesse valor foi de grande velocidade, onde em 20 anos algumas áreas saíram de 4 para menos de 2 filhos por mulher.

Gráfico 7 - Perfil da evolução da Taxa de Fecundidade Total, segundo Estados Uruguai, 1990-2010.



E que fatores estariam encaminhando a uma drástica redução da fecundidade? Será que a queda da fecundidade pode ser explicada pela JEF e PEA para todos os países em estudo? nesse caso poderíamos considerar que nos encontramos ante uma convergência da queda da TFT.

Aplicando os dados disponíveis nos países foram avaliados diferentes modelos a fim de encontrar aquele que permita prever um melhor comportamento da TFT. Dessa forma se formulou o modelo considerando a JEF e PEA como efeito fixo e o Intercepto como efeito aleatório.

4- MODELO

A saída do modelo está dividida em 4 seções principais: a primeira que descreve o modelo que foi ajustado; a segunda que apresenta algumas estatísticas que caracterizam o ajuste do modelo; a terceira que contém um resumo das propriedades dos efeitos aleatórios; e a quarta que fornece um resumo das estimativas dos parâmetros dos efeitos fixos. No modelo que ajustamos existem duas fontes de variabilidade: a variabilidade de país para país, e a variabilidade residual ou a

variabilidade por observação também chamada de variabilidade dentro do país. O nome “residual” é usado em modelagem estatística para designar a parte da variabilidade que não é explicada ou modelada com os outros termos. É a variação nos dados observados e que “sobraram” mesmo depois do ajuste do modelo (Pinheiro e Bates, 2000).

Linear mixed model fit by REML

Formula: $TFT \sim PEA + JEF + (1 | Pais)$

AIC	BIC	logLik
270.8648	300.4951	-127.4324

Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.
Pais	(Intercept)	0.2410	0.4909
Residual		0.1208	0.3476

Fixed effects:

Estimate	Std. Error	t value	
(Intercept)	5.187528	0.269242	19.267
PEA	-0.045278	0.002884	-15.701
JEF	-0.013849	0.004238	-3.268

Para este estudo, pode-se observar na primeira seção da saída do modelo ajustado, que a variável resposta é a TFT, as covariáveis são PEA e JEF, e o efeito aleatório é no país. Na segunda seção, são apresentadas as estatísticas que caracterizam o ajuste do modelo e que são utilizadas para comparar os diferentes modelos: o critério de informação de Akaike (AIC), o critério Bayesiano de informação (BIC), o logaritmo da verossimilhança (logLik), a deviance (menos duas vezes o logLik) e a deviance do REML (menos duas vezes o logaritmo da função de verossimilhança restrita).

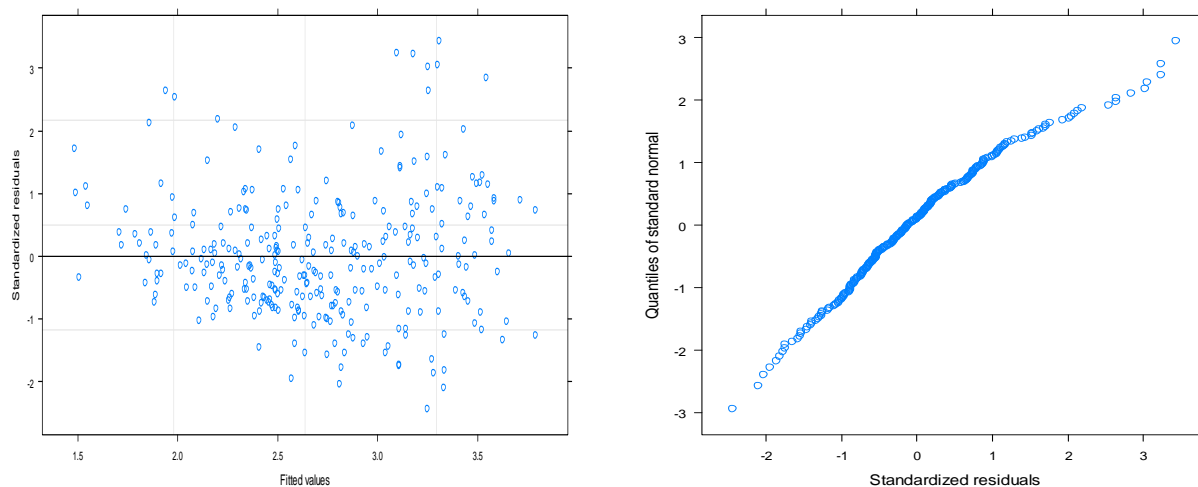
Na terceira parte, relativa aos efeitos aleatórios, a linha “pais”, nome da variável que indica cada participante da pesquisa, mostra que o efeito aleatório adicionado é modelado como variável aleatória cujo valor da variância estimada é de 0.2410 e do desvio-padrão correspondente é 0.4909. A linha rotulada de “Residual” fornece a estimativa da variância dos resíduos e seu correspondente desvio-padrão, cujos respectivos valores são 0.1208 e 0.3476.

A parte final apresenta as estimativas e erros-padrão dos parâmetros de efeitos fixos e os respectivos valores da estatística de teste (t de Student). A estimativa dos efeitos fixos é interpretada da mesma maneira que na regressão linear tradicional. O intercepto é interpretado como a média da variável dependente, neste exemplo a TFT, quando todas as variáveis preditoras têm valores iguais a zero. Por exemplo, aumentar uma unidade no preditor JEF corresponde a uma decréscimo de -0.013849 na TFT em todos os países.

É importante destacar que para um grande número de graus de liberdade (>100) a distribuição t se aproxima da distribuição normal e, portanto, uma forma simples de avaliar se as variáveis são estatisticamente significativas ao nível de 5%, é verificar o valor absoluto da estatística t. Se este valor exceder 2, a variável pode ser considerada estatisticamente significativa (BAAYEN, 2008).

Após o ajuste do modelo, é importante realizar o diagnóstico do modelo para verificar se os pressupostos básicos de distribuição para os modelos de efeitos mistos são satisfeitos (WEST et al., 2007). Os resíduos representam o quanto “sobrou” após o modelo ser ajustado, isto é, a diferença entre o valor ajustado e o valor observado. Como apresentado no gráfico, observa-se que não há padrões e, acima de tudo, não existe uma tendência, então o modelo está respeitando a suposição em relação à homogeneidade (variância constante) e à normalidade (Gráfico 8).

Gráfico 8- Análise dos resíduos



5 - Conclusões

Os Estudos longitudinais têm sido amplamente utilizados, no entanto, as análises estatísticas que acompanham esses estudos muitas vezes se limitam a testes estatísticos básicos, como testes de médias ou variâncias. Tais análises, mesmo úteis, limitam a análise a um nível superficial, pois, em alguns casos, não utilizam todos os dados disponíveis, enquanto em outros não levam em conta a estrutura dos dados (correlação e dependência das observações).

Não se pode deixar de ressaltar que estudos longitudinais possuem um alto custo para serem feitos seja qual for o seu período de abrangência. Nestes tipos de estudos se encontram informações valiosas sobre o comportamento dos indivíduos (países, estados, regiões, etc) ao longo do tempo. Na presente pesquisa foram utilizadas as informações da Taxa de fecundidade total, a chefia feminina e a população feminina economicamente ativa. Foi avaliada a relação de como a taxa de fecundidade total pode estar sendo explicada pelo empoderamento da mulher, representado pela chefia do lar e o volume de mulheres no mercado de trabalho, PEA

O uso de modelos de efeitos mistos ainda é mínima, diante as vantagens de aplicação da metodologia, onde as razões podem ser resumidas na dificuldade da própria metodologia, e por conta do pouco uso a escassez de material disponível. outro ponto a destacar é que um dos poucos softwares que disponibilizam funções para a análise

de modelos lineares mistos é o software R, que têm escassa documentação da biblioteca lme4, necessária para o uso dessas funções, tornando a aplicação destes modelos ainda mais difícil. Os modelos mistos são úteis na modelagem deste tipo com medidas repetidas, uma vez que não têm restrições caso os dados sejam desbalanceados ou tenham observações faltantes.

O análise das TFT foi considerados para quatro países da América Latina, procurando saber se a JEF e PEA auxiliam nos pronósticos das TFT através do modelo de efeitos mistos, o ajuste do modelo respeitou os pressupostos do mesmo, encontrou-se as variabilidades das TFT dentro dos países (estados, provincias, etc.) e entre países.

Para essa primeira experiência, se pode afirmar que há de existir uma evidência de convergência nos valores das TFT para os países analisados, já que mediante os valores estimados da JEF e PEA, se pode obter os valores da TFT para cada uno do países, dessa forma apontando uma relação entre a queda da fecundidade, quando a JEF e PEA aumentam em uma unidade, deixando para estudos futuros um aprofundamento na validação do modelo obtido e averiguar simular os impactos dessa relação nas diferentes nações.

BIBLIOGRAFIA

ARMAS, M. A. No es lo mismo pero es igual: a singularidade da segunda transição demográfica em Cuba. 2008. Tese (Doutorado em Demografia) – Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Universidade Federal de Minas, Gerais, Belo Horizonte, MG, 2008.

BATES, S.T., CROPSEY, G.W.G., CAPORASO, J.G., KNIGHT, R., FIERER, N. (2011): Bacterial communities associated with the lichen symbiosis. *Applied and Environmental Microbiology* 77: 1309-1314.

CHACKIEL, J.; SCHKOLNIK, S. América Latina: los sectores rezagados en la transición de la fecundidad. In: CELADE/CEPAL (Org.). La fecundidad en América Latina: ¿Transición o revolución? Santiago de Chile: Celade/Cepal, 2003.

DIGGLE, P.J.; LIANG, K-Y; ZEGER, S.L. Analysis of Longitudinal Data. Oxford: Clarendon Press; 1994

DORIUS, S.F. Global Demographic Convergence? A Reconsideration of Changing Intercountry Inequality in Fertility. *Population and Development Review*. Vol. 34. vol. 3. 2008.

FARAWAY J.J. Extending the Linear Model with R. Boca Raton, FL: Chapman & Hall; 2006.

FAUSTO M.A.;CARNEIRO, M.;ANTUNES, C.M.F.;PINTO,J.A.;COLOSIMO, E.A. O modelo de regressão linear misto para dados longitudinais: uma aplicação na análise de dados antropométricos desbalanceados. *Cadernos Saúde Pública*, Num. 24, Vol.3. Rio de Janeiro.

ALKEMA, L.; RAFTERY; A. E., GERLAND, P.; CLARK, S. J.; PELLETIER, F.; BUETTNER, T., HEILIG, G.K. Probabilistic Projections of the Total Fertility Rate for All Countries. *Demography*, Vol. 48. 2011.

LAIRD N.M.; WARE J.H. Random-effects models for longitudinal data. *Biometrics Journal*, Number 38.vol.4 .1982.

Pinheiro J.C.; Bates D. Mixed-effects models in S and S-PLUS. New York: Springer; 2000

RIOS-NETO, E. Passado, presente e futuro da fecundidade: uma visão de idade, período e coorte. *Revista Brasileira de Estudos de População*. ABEP: Campinas, v.17, n.1/2 , jan./dez, 2000.

SCHIELZETH, H.; FORTMEIER, W. **Conclusions beyond support: overconfident estimates in mixed models.** Behavioral Ecology Journal, N°20, vol.2. 2009.

VILLAVICENCIO, L.M.M. Fecundidade do Nordeste Brasileiro: uma abordagem com Modelos Não Linear de Efeitos Mistos. Dissertação em Demografia. UFRN, 2015

WEST, B.T.; WELCH, K.B., GALECKI, A.T. Linear mixed models: a practical guide using statistical software. New York: Chapman & Hall, 376p. 2007.

WONG, L. R. A projeção da fecundidade - Um exercício aplicado ao Brasil para o período 1991-2020. In: Anais...XII Encontro Nacional de Estudos populacionais, ABEP: Caxambu, 2000, v.1.

WU, L. Mixed Effects Models for Complex Data. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC;2010.